

科学史のこぼれ話（その6）

波動をめぐっての話

（財）原子力データセンター

理事長 能 澤 正 雄

波を数式で表そうとする試みはいつ頃から始められたのであろうか。波は正弦関数や余弦関数およびその組み合わせで表されるのは高校生でも知っている。しかし、その数式化の試みは比較的あたらしいのである。

当然のことながら、正確な波動の取扱いはニュートンやライプニッツの微積分の発見から後のことになる。そして、力、質量などの概念が現在ほど確立しているわけではなく試行錯誤の時代があった。数式化が成功すると、この微分方程式は二階の偏微分方程式の標準的なものとして大学での一般的な数学の教科書に扱われるようになる。

パリにいてフランスの科学アカデミーに属していたダランベールは1747年ベルリン（プロイセン）アカデミーへ弦の振動に関するメモ（論文）を送った。この前年の46年に、ダランベールはやはり一つの論文を送っている。それは風の起原に関する懸賞論文への応募論文であった。この懸賞にはダニエル・ベルヌーイも論文を送って、自信があったようだが、賞はダランベールに与えられる。この論文の中でダランベールは2変数の関数を用い、現在の言葉で言う偏微分概念を初めて矛盾無く使ったと言われる。

ダランベールはパリで著名なサロンを開いていたタンサン夫人の私生児として生まれ、生後間もない赤ん坊の時に、サン・ジャン・ルロン教会の石段の上に木箱に入れて捨てられていた。これを警官が見つけた孤児院に送ったというのは有名な話である。父親のデトウ

シュ将軍（貴族）は後にこれを知り、八方手を尽くして捜し出し、ガラス職人の家に養育を頼んだのであった。ダランベールはこの養母を大切に、50歳近くまでこの家の屋根裏部屋で暮らし、彼の数学、哲学、百科全書等に関する著作はここでなされたのである。

ベルリン・アカデミーに提出した応募論文の表書きには当時のプロイセンのフリードリッヒ大王（フリードリッヒ2世、専制啓蒙王として知られる）への賛辞が書かれていて、大王の注意を引いたのであった。ベルリン・アカデミーは1700年、ブランデンブルグ選帝公の後援でライプニッツによって設立されたものである。翌年、当の選帝公がスペイン王位継承戦争への功績によりハプスブルグ王家の了解を得て、公国を王国にすることに成功する。プロイセン王国の成立である。この前選帝公のフリードリッヒ1世の下で、ライプニッツの設立したものがプロイセン（ベルリン）科学アカデミーとなった。因みに、1929年のこのアカデミー会員のなかには、マックス・プランク、アルベルト・アインシュタイン、エルヴィン・シュレディンガー等の名前が見られる。

スイス生まれの数学者オイラー（1707—1783）は、1725年に設立されたペテルブルグの科学アカデミーで教授職を勤めたあと、1744年フリードリッヒ大王の招きでベルリン科学アカデミーに来ていた。彼は無口で既に片方の目を失っていた上に、宮廷の人々に対しても愛想がよくなかったようである。パリからフリードリッヒ大王によってベルリン・

アカデミーに招かれていたモーペルチュウイ (1698-1759: 天文学者、数学者でラップランドまで出掛けて地球の偏平度を初めて調査) が1745年、アカデミーの総裁に任命されると一層居心地が悪くなっていった。アカデミーでの書類はすべてフランス語で書かれることとなった。オイラーは文章を書く分には困らなかったものの宮廷での言葉のやりとりに参加したとの話が残されている。一方この頃 (1750から1753まで)、大王の宮廷に招かれて滞在していたヴォルテールともしっかりいかなかった。

1746年に書かれたダランベールの論文は、ぎこちない書き方で、また記号等は現在のものと異なるものの、波動を扱う正しい方程式を立て、解を示し、偏微分方程式を詳細に研究したものであった。しかし、ダランベールはいわゆる解析関数をしか、その解に認めなかったものであった。つまり彼はこの方程式の扱う問題は周期性で至るところで定義されたものだけに限るとしたのであった。初期条件として正弦波のみを考えた。これに対してオイラーは、任意の、すなわち周期性の範囲で手で弦を引っ張った状況にも許すべきだとした。決定的なヒントを出したのはラグランジュであった。それは、弦にある質点を載せ、それを極限にもっていくという方法を1759年のダランベールへ送り届けた論文で提案した。また彼は、オイラーの立場を支持したのであった。このように弦の振動に関する数学的な取扱いを巡り、1747年から1750年代の終わりにわたって、ダランベールとオイラーの他にダニエル・ベルヌイ、ラグランジュそしてラプラス等、当時のヨーロッパの有力な数学者たちがコンテストに参加する形となって現在の弦に関する波動方程式が生まれたのであった。

現在使われている偏微分の記号はオイラーの始めたものである。オイラーは1765年、フリードリッヒ大王の下を離れてもといいたペテルブルグのアカデミーへ戻り、そこで生涯

を終えている。

ダランベールが弦の振動を扱う論文を書いたから約180年後、舞台を20世紀のスイスに移す。1925年末、チューリッヒ工科大学とチューリッヒ大学の物理教室の定例の合同コロキウム (談話会) が開かれていた。1924年にド・ブローイが彼の学位請求論文においてアインシュタインの光量子説 ($E = h\nu$; E はエネルギー、 h はプランクの定数、 ν は振動数) と特殊相対性理論の要請を基にして、電子のような物質もその運動量 p にたいして h/λ (λ は波長) の関係式があることを導き出し、評判になっていた。この席に出席していた若き日のプロッホ (核磁気共鳴で1952年にノーベル物理学賞受賞) はチューリッヒ工科大学の学生的身であったが次のような挿話を回想している。

すなわち、ある日のこの談話会の席の終わりに、チューリッヒ工科大学のデバイ (1884-1966; 1936年に分子構造の研究でノーベル化学賞受賞、デバイ・シェーラの結晶のX線回折法でも知られる) が当時チューリッヒ大学の方の物理の教授であったシュレディンガー (1887-1961) に対して、“シュレディンガーさん、あなたはこのところ大変重要な問題について仕事をしているようには見えない。何時か、一寸興味を引くド・ブローイの学位論文に付いて話をしてくれませんか” と言った。その後の談話会するとき、シュレディンガーがド・ブローイの理論を紹介し終えたとき、デバイはこのような波の性質を論ずるやり方は子供染みしているとコメントした。デバイは数理物理学の権威ゾンマーフェルトに学んだ弟子として、波を適切に扱うには波動方程式を持ってくるべきだとしたのであった。それは全く些細なように聞こえ、大きな影響を与えるとは思われなかった。

しかし、それから数週間してシュレディンガーはこの談話会で“デバイさんは我々は波

動方程式を持つべきだと示唆したが、私は見つけました”と述べて話を始めたと言われる。

それは、シュレディンガーが“固有値問題としての量子化”として発表しようとしていた一連の論文の最初のもの（Annalen der Physik に 1926 年 1 月 27 日受理）であり、シュレディンガーの波動方程式の発見であった。この波動方程式のその後果たしつつある意義は言うまでもないことである。

参考文献

1. Thomas L. Hankins “Jean d'Alembert” (Oxford University Press, 1970).
2. Walter Moore “Schrodinger” (University of Cambridge Press, 1987)
3. 田村三郎 “フランス革命と数学者たち” (講談社ブルーバックス, 1989).
4. Felix Bloch, Physics Today 29 (December, 1976) pp. 23 ~ 27.